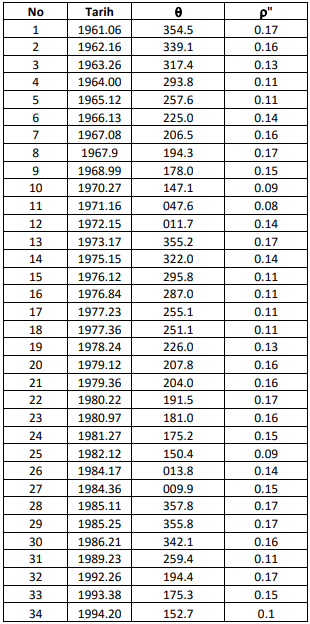
**Kaya Han Taş**

**20183405003**

**UBT**

***Çift Yıldızlar Görsel Çift Yıldızlarda Yörünge Parametrelerini Bulma***

***Soru:*** *Aşağıda verilen tablodaki verileri kullanarak görsel çift yıldız sisteminin yörünge parametrelerini bulunuz. (0’’.1 değerini 5 santimetre olarak alınız.)*

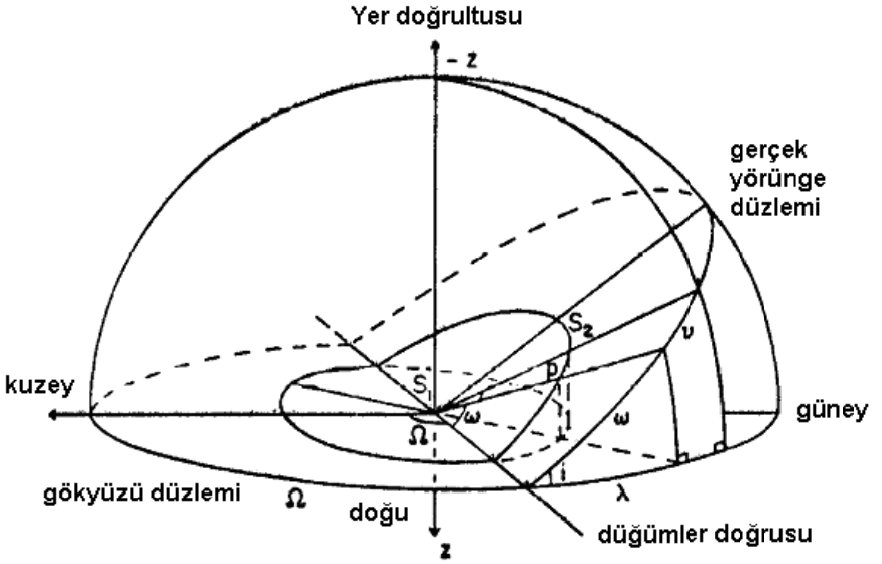


***Cevap:***

* **Öncelikle yapılacakları sözel olarak özetleyerek başlamamız uygun olacaktır. (Çözümde ayrıntıya girilecektir.)**
* **Farklı zamanlarda alınmış () değerleri elimizde bulunmakta.**
* **Burada;**
  + **: *Herhangi bir zamanında Yoldaş Yıldızın Kuzey Doğrultusundan açısal uzaklığı*. (Derece Biriminde)**
  + **: *Herhangi bir zamanında Bileşenler arası uzaklık*. (Açı saniyesi biriminde)**
  + **Tarihler direkt olarak zamanları olarak düşünülebilir.**
* **Bu () değerleri kullanarak Dik Kon Düzeneğine yani () koordinatlarına geçiş aşağıdaki ifadelerle geçiş yapılacaktır.**
  + - ***Burada bir açı saniyesinin kaç santimetreye karşılık geldiği bilinmelidir*!**
    - ***Bir açı saniyesinin karşılık geldiği santimetre değeri ile yukarıdaki ifadeler çarpılmalıdır***.
* **Elde edilen () koordinatları kullanılarak Yoldaş Bileşenin Görünür Yörüngesi Çizilir.**
  + **Burada Başyıldız Koordinat Sisteminin merkezine yani () noktasına yerleştirilir.**
  + **Ayrıca zaman arttıkça ’nın nasıl değiştiğine bakılması gerekir.**
  + **Çünkü değerlerinin değişimine göre Yoldaş Yıldızın, Başyıldız etrafındaki yörüngesinin yönü belirlenir.**
    - **Saat yönünde mi? (Negatif Yön)**
    - **Saatin tersi yönünde mi? (Pozitif Yön)**
* **Bileşenin yönünün saat yönünde mi yoksa saat yönünün tersinde mi olduğu belirlenir.**
  + **Bu bize ’nın hangi yönde ölçülmesi gerektiğini söyler.**
  + **Aynı şekilde de Yörüngenin Eğim () değerleri de bileşenin yönüne göre farklı açı değerleri arasında olmaktaydı.**
    - **Pozitif Yön:**
    - **Negatif Yön:**
* **Yön belirlendikten sonra Genel Elips Denkleminde bulunan Elips Katsayıları () elde edilir.**
* **Çözümümüzde verilecek Denklemler kullanılarak Yörünge Parametreleri () bulunur.**
* **En son olarak da Yörünge Dönemi () ve Enberiden Geçme Zamanı () hesaplanır.**
* **Şimdi Yörünge Parametreleri () hakkında bilgilendirme yapmamız uygun olacaktır.**

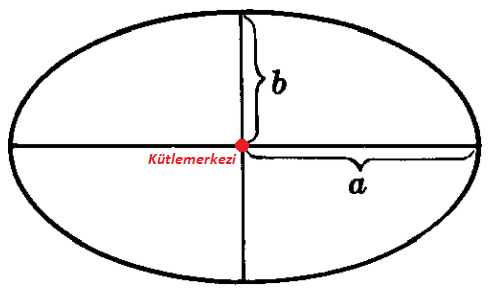
**1-) – Yörüngenin Yarı-Büyük Eksen Uzunluğu (Semi-Major Axis)**

* **Gerçek Yörüngenin Yarı-Büyük Eksen Uzunluğunu ile göstermekteyiz.**
* **Bunu aşağıdaki şekil üzerinden inceleyebiliriz.**



***Yörünge Parametrelerinin Şekil Üzerinde Gösterimi***

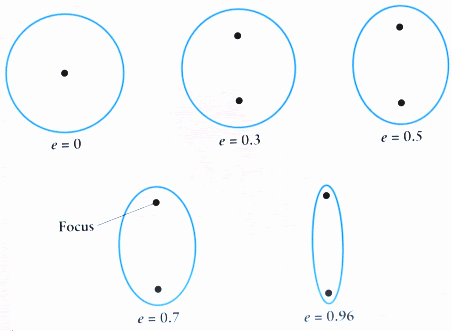
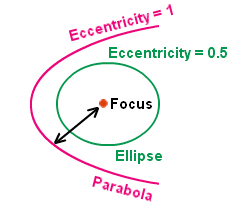
* **Şekilde:** 
  + **: Kütlemerkezinin bulunduğu konum**
  + **: Yıldızın bulunduğu konum**
* **Burada yani kütlemerkezi elipsin odaklarından birinde bulunmaktadır.**
* **Bu durumda kütlemerkezi ile yıldızı arasındaki uzaklık: *Bize “Yörüngenin Yarı-Büyük Eksen Uzunluğu” yani “”yı verir*.**



***Elips Üzerinde Yarı-Büyük ve Yarı-Küçük eksenlerin gösterimi***

**2-) – Yörüngenin Basıklığı (Dışmerkezliği) (Inclination)**

* **Yörüngenin Basıklığını ile göstermekteyiz.**
  + **Daire**
  + **Elips (Basıklık 0’dan itibaren artar)**
  + **Parabol**

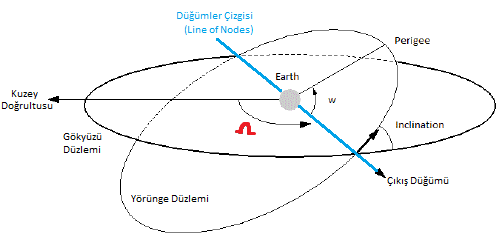


***Daire, Elips ve Parabolün basıklık ile ilişkilerinin gösterimi***

* **Bizler kapalı yörüngelerden bahsettiğimizden dolayı yörüngelerimiz ya elips ya da daire olacaktır.**

**3-) – Çıkış Düğümü Boylamı (Longitude of Ascending Node)**

* ***Gerçek Yörüngenin izdüşüm düzlemi* (*Gökyüzü Düzlemi*) *ile arakesitine “Düğümler Çizgisi” denir*.**
* **Gerçek yörüngenin, Gökyüzü düzlemi ile arakesiti “Düğümler Çizgisi” olarak tanımlanır.**



***Düğümler Çizgisi Gerçek Yörüngenin düzlemi ile Gökyüzü Düzleminin arakesitidir***

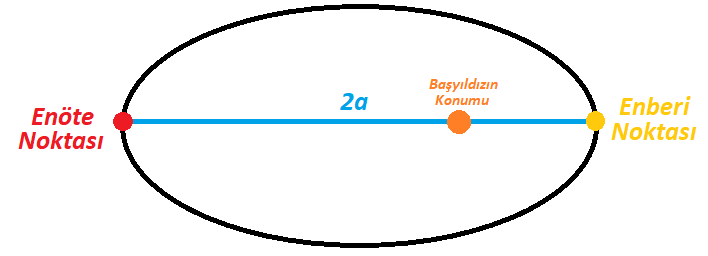
***Düğümler Çizgisinin Kuzey Doğrultusundan itibaren yaptığı açı () “Konum Açısı” veya “Durum Açısı” olarak bilinir***

***()***

* **Bu düğümler çizgisinin Kuzey Doğrultusundan itibaren yapmış olduğu açı “Konum Açısı” veya “Durum Açısı” olarak geçmektedir.**
* **Konum Açısı Kuzeyden itibaren arasında ölçülür.**
* **Çözümlerde aşağıdaki iki terim karıştırılmamalıdır!**
  + **Konum Açısı (): *Bileşenin, Kuzey Doğrultusundan olan açısal uzaklığı*. *(Bileşenin Konum Açısı)***
  + **Konum Açısı ()**: ***Düğümler Çizgisinin, Kuzey Doğrultusundan olan açısal uzaklığı. (Düğümler Çizgisinin Konum Açısı)***

**4-) – Enberinin Argümanı/Boylamı (Argument of Periapsis)**

* ***Düğümler Çizgisinin, Enberi Noktasından olan açısal uzaklığıdır.***
* ***Enberi noktası bileşenlerin birbirine en yakın olduğu noktadır.***
* ***Enöte noktası bileşenlerin birbirine en uzak olduğu noktadır.***
* ***Büyük Eksenin elipsi kestiği noktalar aslında enberi ve enöte noktalarıdır.***

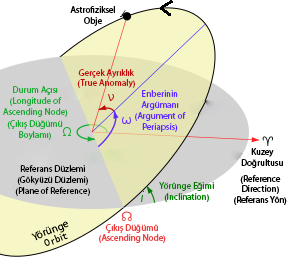


***Büyük eksenin elipsi kestiği iki nokta bulunmakta olup, birisi Enberi Noktasıdır diğeri de Enöte Noktasıdır***

***(Elips Odağında Başyıldız bulunmaktadır)***

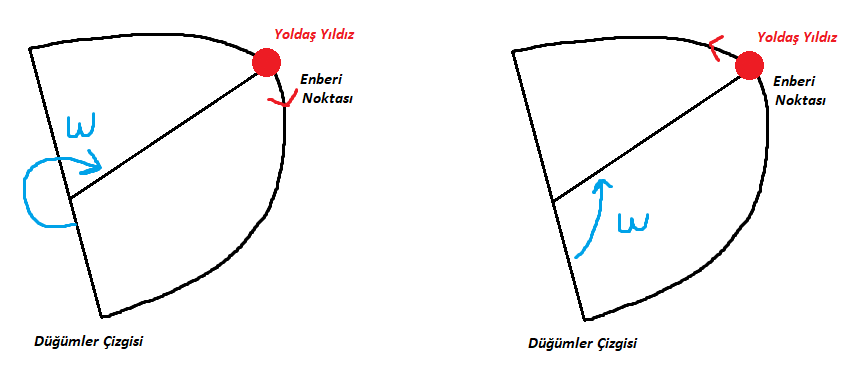
***(Yani Gökyüzü Düzleminde değil Yörünge Düzleminde bulunurlar)***

* **Buradan da anlaşılacağı üzere yani Düğümler Çizgisinden, Enberi Noktasına olan açısal uzaklık:** 
  + ***Referans Düzlemi ile Yörünge Düzleminin arakesitinden, Yörünge Düzlemi üzerinde bulunan enberi noktasına olan uzaklıktır*.**
* **Düğümler çizgisinin, Enberi Noktasından olan açısal uzaklığı bize değerini verir. (Enberinin Argümanı)**
* **Burada önemli bir durum söz konusudur.**
* **Görsel Çiftlerde:** 
  + ***’nın ölçüm yönü Yoldaş bileşenin hareketi yönündedir.***
  + **Görsel Çiftlerde Yıldızlar saat yönünde veya saatin tersi yönünde hareket edebilirler*.***
  + **Yıldız hangi yönde hareket ederse da o yönde ölçülecektir.**
* Bunu aşağıdaki şekil üzerinden de görebiliriz.



***Astrofiziksel Objenin (Görsel Çiftlerde Yoldaş Yıldız) hareket yönü doğrultusunda değeri ölçülmektedir.***

* Ayrıca aşağıdaki şekil üzerinden de kısaca bu durumdan bahsedebiliriz.



***Yıldız Saat yönünde ilerlerse da saat yönünde ölçülür.***

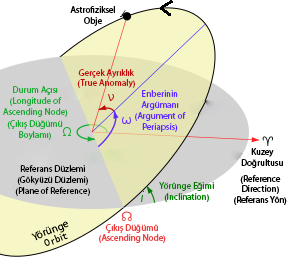
***Yıldız Saat yönünün tersine ilerlerse da saat yönünün tersine ölçülür.***

***Çünkü Düğümler Çizgisinden, Enberi Noktasına doğru ölçülür!***

***()***

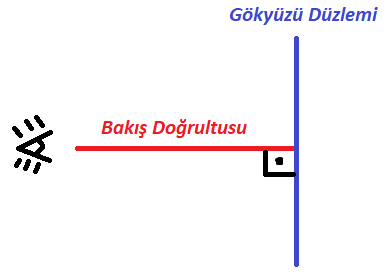
**5-) – Yörüngenin Eğikliği (Inclination)**

* ***Gökyüzü düzlemi ile Gerçek Yörünge Düzlemi arasındaki açıdır.***
* **Bunu aşağıdaki şekil üzerinden de görebiliriz.**



***Yörünge Eğimi direkt olarak Yörünge Düzlemi ile Gökyüzü Düzlemi arasındaki açıdır***

* **Ayrıca belirtmemiz gerekir ki: *Gökyüzü düzlemi bakış doğrultumuza dik olan bir düzlemdir!***
  + **Bu nedenle tanımını “Bakış doğrultumuza dik olan düzlem ile yörüngenin yaptığı açı” olarak da yapabiliriz.**



***Gökyüzü düzlemi Bakış doğrultusuna diktir***

* **’yi örten çiftlerde tutulma olup olmadığını söylemekte kullanmaktayız**. (*Astrofizik* dersinde gösterildi)
* **değeri:**
  + **’ye ne kadar yakınsa: *Yani bileşenler birbirlerini ne kadar fazla örterlerse o kadar çok tutulma olur*.**
* **değerini** **’ye sınırlamıştık.**
* **Ancak Görsel Çift Yıldızlarda farklı bir durum daha ortaya çıkmaktadır.**
* **Görsel çiftlerde; değeri arasında ölçülür.**

**Örten Çiftlerde:**

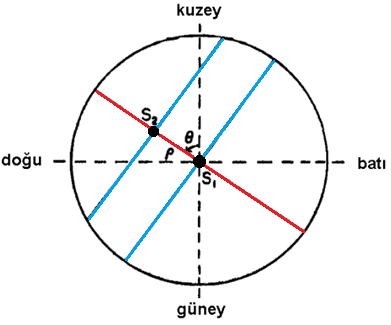
**Görsel Çiftlerde:**

* **Peki değerinin arasında ölçülmesi nasıl olmaktadır?**
* ***’nin belirlenmesinde yine yoldaş yıldızın hareketinin yönü önemlidir*!**
  + **Hatırlanacağı üzere “Enberinin Argümanı –” değeri de yine yoldaş yıldızın yönüne göre Düğümler Çizgisinden Enberi noktasına doğru ölçülmekte idi.**
  + **Burada yoldaş yıldızın yönü olarak saat yönü ve saatin tersi yönü bulunmakta idi.**
  + **Yoldaş yıldızın döndüğü yönde de bizler açısını ölçmekteydik.**
* **Burada da değeri ölçülürken:**
  + ***Bileşenin, diğer bileşen etrafındaki yörüngesinde (göreli yörünge) hareket yönü önemlidir*!**
* **Bileşenin “Konum Açısı” burada devreye girecektir.**
  + **Konum Açısı (): *Bileşenin, Kuzey Doğrultusundan olan açısal uzaklığı*. *(Bileşenin Konum Açısı)***
  + **Konum Açısı ()**: ***Düğümler Çizgisinin, Kuzey Doğrultusundan olan açısal uzaklığı. (Düğümler Çizgisinin Konum Açısı)***
  + ***Burada kullanılacak olan bileşenin konum açısı ’dır.***
* **Konum Açısı () zamanla artıyorsa: arasında alınır.**
* **Konum Açısı () zamanla azalıyorsa: veya arasında alınır.**

**yani bileşenin kuzey doğrultusundan açısal uzaklığı Zamanla Artıyorsa:**

**yani bileşenin kuzey doğrultusundan açısal uzaklığı Zamanla Azalıyorsa:**

* **Bu olay trigonometrik bağıntılardan ortaya çıkmaktadır.**
* **Şimdi konum açısını kısaca şekil üzerinden göstermemiz uygun olacaktır.**



***Bileşenin Konum Açısı ’nın gösterimi***

***(Kırmızı Çizgi:* S2 *bileşeninin doğrultusunun, kuzey doğrultusundan uzaklığını yani Konum Açısını () göstermek için çizilmiştir.)***

***(Mavi Çizgi: S1 ve S2 bileşeninin arasındaki Açısal Uzaklığı () göstermek için belirli bir doğrultuda çizilmiştir.)***

* **Bileşenlerden birisi (S1) yörüngenin odağındadır.**
* **Diğer bileşen de (S2) bunun etrafında bir yörünge hareketi yapmaktadır.**
* **S2 Bileşeni elips yörüngede dolandığı için;** 
  + **S1 ve S2 arasındaki uzaklık zamanla değişecektir. (*Açısal Uzaklık ()*)**
  + **Ayrıca S2 bileşeninin ölçümlerde seçilen bir başlangıç noktasına göre de açısal uzaklığı zamanla değişecektir. (*Konum Açısı ()*)**
* **Görsel Çiftlerde açının ölçümünün başlangıç yönü olarak “Kuzey Doğrultusu” seçilir.**
* **Kuzey doğrultusundan itibaren de bileşenin *Konum Açısı ()* ölçülmektedir.**
* **Burada *Konum Açısı ()’nın pozitifliği ve negatifliği söz konusudur.***
* **Konum Açısı ():**
  + **Kuzey – Doğu Yönünde Hareket Varsa:** 
    - **Bileşen saatin tersi yönünde ilerlemektedir.**
    - **Konum Açısı Pozitif Yöndedir.**
    - **Bu nedenle “*Konum Açısı () Büyüyor”* denilir.**
    - **Yani *Konum Açısı gittikçe artar*.**
    - **arasında alınır.**
  + **Kuzey – Batı Yönünde Hareket Varsa:**
    - **Bileşen saat yönünde ilerlemektedir.**
    - **Konum Açısı Negatif Yöndedir. (Retrograde)**
    - **Bu nedenle “*Konum Açısı () Küçülüyor”* denilir.**
    - **Yani *Konum Açısı gittikçe azalır*.**
    - **arasında veya arasında alınır.**
* **Kısacası:**
  + **Bileşen Saatin Tersi Yönde ilerliyorsa**:
    - **Pozitif Yönde ilerlemektedir.**
    - **Konum Açısı () büyümektedir.**
    - **Yörünge Eğikliği () değerleri arasındadır. (Yani pozitif yönde ölçülür)**
  + **Bileşen Saat Yönünde ilerliyorsa**:
    - **Negatif Yönde ilerlemektedir.**
    - **Konum Açısı () küçülmektedir.**
    - **Yörünge Eğikliği () değerleri arasındadır. (Yani negatif yönde ölçülür)**

**6-) – Yörünge Dönemi (Orbital Period)**

* ***Bileşenin belli bir noktadan başlayıp tekrar aynı noktaya gelmesi için geçen süredir*.**
* **Örneğin:**
  + **Bileşen Enberi noktasından harekete başlasın.**
  + **Tekrardan Enberi noktasına gelmesi için geçen süre bir dolanma dönemi/yörünge dönemi ’yi verir.**
  + **Bu ölçülebilen bir parametredir.**
* **Yörünge Dönemi gözlemlerde en duyarlı ölçülebilen parametredir.**

**7-) – Enberiden Geçiş Zamanı (Time of Periapsis Passage)**

* ***Yoldaş bileşenin enberi noktasından geçiş zamanı veya tarihidir*.**
* **Yani burada bir başlangıç zamanıdır.**
* **Belli bir noktadan geçiş zamanları sistemdeki beklenmeyen bazı katkılar sonucu değişebilmektedir.**
* **Bu katkıları veya zamanının değişiminin modellenmesi ile hesaplayabilmekteyiz.**
* **Örneğin:**
  + **İkili sistemde başka bir yıldız daha bulunabilmektedir.**
  + **Yani aslında bunlar üçlü sistemler olabilmektedir.**
  + **İkili sistem ve o tek yıldız ortak kütlemerkezi etrafında yörünge hareketi yapabilmektedir.**
  + **Bazen de iki tane ikili sistem tek bir ortak kütlemerkezi etrafında ortak hareket edebilmektedir.**
  + **Örneğin çok iyi bildiğimiz Sirius Yıldızı aslında 5’li veya 6’lı bir sistemdir.**
    - **İki tane ikili sistem ve bir tane tekli sistemden oluşur.**
    - **Yani direkt olarak karmaşık bir sistemdir.**
  + **İşte bunların varlığını da veya herhangi bir noktadan geçiş zamanı ’nin değişimi yardımıyla hesaplayabilmekteyiz.**
  + **yani Yörünge Dönemi biliniyorsa;** 
    - **zamanlarını hesaplayabiliriz.**
    - **Örneğin 100 yıl sonra zamanı ne olmalıdır hesaplayabiliriz.**
  + **İşte bu hesaplanan “Calculated” zaman ile gözlenen “Observed” zamanlar arasındaki farka bakarak yörüngede başka ek etkilerin olup olmadığı anlaşılabilir.**
  + **Ayrıca Yıldızları homojen kabul edemezsek, iç yapı dağılımında farklılık varsa onu da bu değişiminden belirleyebiliriz.**
* **İşte bu nedenle (veya ) Çift Yıldızlar için oldukça önemlidir.**
  + **zamanına örnek olarak Örten Yıldızlardaki “Tutulma Zamanı” verilebilir.**
* **Sadece zamanı ölçülerek aşağıdaki sorulara cevaplar elde edilebilir:**
  + **Yörüngede başka bir yıldız var mı?**
  + **Bileşenler birbirine madde aktarmakta mı?**
  + **Sistem kütle kaybetmekte mi?**
* **İşte yukarıdaki bütün soruların cevaplarını kolayca zamanına bakarak hesaplayabiliriz, bulabiliriz.**
* **Artık yapılacak çözüm ve elde etmek istediğimiz Yörünge Parametreleri () konusunda bilgi sahibiyiz.**
* **Şimdi bu bilgiler ışığında işlemlerimize başlıyoruz.**
* **İlk olarak aşağıdaki formülleri kullanarak () değerlerinden Dik Kon Düzeneğine yani () koordinatlarına geçiş yapılacaktır.**

***Kutupsal Koordinatlardan, Dik Koordinatlardan biri olan ’e geçiş formülü***

***Kutupsal Koordinatlardan, Dik Koordinatlardan biri olan ’e geçiş formülü***

* **Soruda verildiği üzere ve buradan da olduğundan bu formülleri aşağıdaki gibi düzenleyebiliriz.**

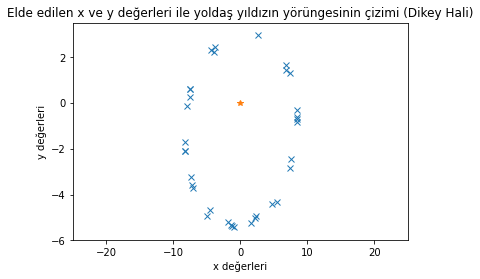
***Kutupsal Koordinatlardan, Dik Koordinatlardan biri olan ’e geçiş formülü***

***Kutupsal Koordinatlardan, Dik Koordinatlardan biri olan ’e geçiş formülü***

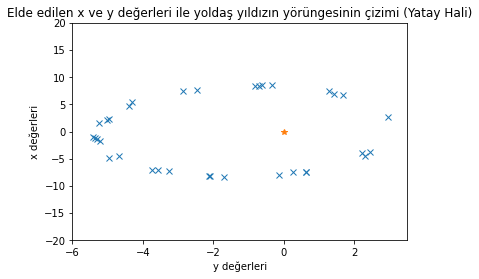
* **Bu dönüşüm her bir** **() değeri için yapılmakta olup, her () değeri için de () koordinatlarını elde etmemiz gerekmektedir.**
* **Bu dönüşümler bir *Python Kodu* yardımıyla yapılmış olup bu kod sorunun en sonunda verilmiştir.**
* **Her () değeri için bulduğumuz () koordinatları bir sonraki sayfada bulunan tabloda verilmiştir.**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **No** |  | **’’** | **(cm)** | **(cm)** |
| **1** | 354.5 | 0.17 | **8.46086769** | **-0.8146889** |
| **2** | 339.1 | 0.16 | **7.47363579** | **-2.85390399** |
| **3** | 317.4 | 0.13 | **4.78463107** | **-4.3996938** |
| **4** | 293.8 | 0.11 | **2.21949913** | **-5.03227817** |
| **5** | 257.6 | 0.11 | **-1.1810443** | **-5.37169753** |
| **6** | 225.0 | 0.14 | **-4.94974747** | **-4.94974747** |
| **7** | 206.5 | 0.16 | **-7.15947489** | **-3.5695825** |
| **8** | 194.3 | 0.17 | **-8.23663372** | **-2.09949161** |
| **9** | 178.0 | 0.15 | **-7.4954312** | **0.26174623** |
| **10** | 147.1 | 0.09 | **-3.77828939** | **2.44428502** |
| **11** | 047.6 | 0.08 | **2.69720955** | **2.95382136** |
| **12** | 011.7 | 0.14 | **6.85455967** | **1.41951107** |
| **13** | 355.2 | 0.17 | **8.4701893** | **-0.71126167** |
| **14** | 322.0 | 0.14 | **5.51607528** | **-4.30963033** |
| **15** | 295.8 | 0.11 | **2.39377105** | **-4.95175324** |
| **16** | 287.0 | 0.11 | **1.60804438** | **-5.25967616** |
| **17** | 255.1 | 0.11 | **-1.41423036** | **-5.31506844** |
| **18** | 251.1 | 0.11 | **-1.7815458** | **-5.20346947** |
| **19** | 226.0 | 0.13 | **-4.51527941** | **-4.6757087** |
| **20** | 207.8 | 0.16 | **-7.0766478** | **-3.73109312** |
| **21** | 204.0 | 0.16 | **-7.30836366** | **-3.25389314** |
| **22** | 191.5 | 0.17 | **-8.32935999** | **-1.69462744** |
| **23** | 181.0 | 0.16 | **-7.99878156** | **-0.13961925** |
| **24** | 175.2 | 0.15 | **-7.47369644** | **0.62758382** |
| **25** | 150.4 | 0.09 | **-3.91272718** | **2.2227384** |
| **26** | 013.8 | 0.14 | **6.79793996** | **1.6697342** |
| **27** | 009.9 | 0.15 | **7.38831995** | **1.28946825** |
| **28** | 357.8 | 0.17 | **8.49373479** | **-0.32629638** |
| **29** | 355.8 | 0.17 | **8.47717306** | **-0.62252468** |
| **30** | 342.1 | 0.16 | **7.61275523** | **-2.45885294** |
| **31** | 259.4 | 0.11 | **-1.01173243** | **-5.40614442** |
| **32** | 194.4 | 0.17 | **-8.23295687** | **-2.11386404** |
| **33** | 175.3 | 0.15 | **-7.4747804** | **0.61453881** |
| **34** | 152.7 | 0.1 | **-4.44308616** | **2.29324777** |

* **Artık Yoldaş Bileşenin bulunduğu konumların Dik Kon Düzeneğindeki () koordinatları elimizde bulunmaktadır.**
* **Bu nedenle direkt olarak bu () koordinatlarını kullanarak Yoldaş Yıldızın görünür yörüngesini çizebilmemiz mümkün olacaktır.**
* **Yoldaş Yıldızın Görünür Yörüngesi yine bir *Python Kodu* yardımıyla yapılmış olup bu kod sorunun en sonunda verilmiştir.**
* **Bir sonraki sayfada Görünür Yörüngenin hem dikey hem de yatay hali bulunmaktadır.**

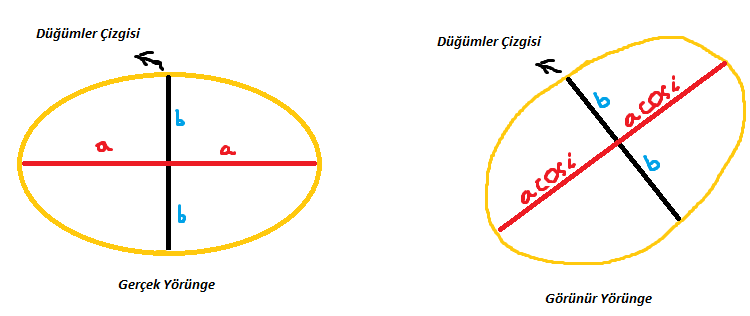


***Yoldaş Yıldızın Görünür Yörüngesinin Dikey Olarak Çizimi***

******

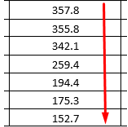
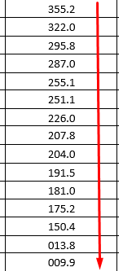
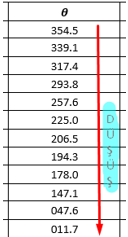
***Yoldaş Yıldızın Görünür Yörüngesinin Yatay Olarak Çizimi***

* **Bu grafiklerde ‘X’ işaretleri yoldaş yıldızımızın dik kon düzeneğindeki değerlerinden elde edilen görünür yörüngesindeki konumlarıdır.**
* **Ayrıca turuncu “**★**” ile gösterilen simge Başyıldızın bulunduğu noktadır.**
  + **Yani Dik Kon Düzeneğimizin merkezi, () noktasıdır.**
  + **Aynı zamanda da bu noktanın Gerçek Yörüngeye izdüşümü bize Gerçek Yörüngenin odağını verecektir.**
    - **Yıldızın gökyüzünde gördüğümüz hareketinden elde edilen yörüngeler “Görünür Yörünge” veya “İzdüşüm Yörünge” olarak geçer.**



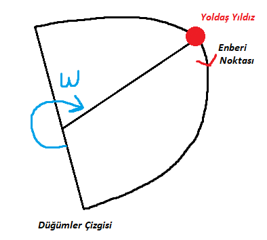
***Elde ettiğimiz yörünge Gerçek Yörüngenin Gökyüzü Düzlemine izdüşümüdür.***

* **Ayrıca belirtmemiz gerekir ki; Burada verilen gözlem noktaları Alanlar Yasasına göre kontrol edilmiş noktalar olup bu kontrole bu soru kapsamında gerek duyulmamaktadır.**
* **Şimdi yapmamız gereken bu Yoldaş Bileşenin yörüngesinde hangi yöne doğru ilerlediğini bulmaktır.**
* **Çünkü;**
  + **yani Düğümler çizgisinin, enberi noktasından olan açısal uzaklığı;** 
    - **Görsel Çift Sistemlerde** **yoldaş bileşenin hareketi yönünde ölçülür ve arasında değerler alır.**
  + **yani Yörüngenin Eğikliği**;
    - **Konum açısının () zamanla artması durumunda**  **arasında bir değer alır.**
    - **Konum açısının () zamanla azalması durumunda veya arasında bir değer alır.**
* **Bunun için direkt olarak değerlerinin değişimine bakmamız gerekmektedir.**
* **Tablodan anlaşılacağı üzere Bileşenin Konum açısı , zamanla azalmaktadır.**



***Sırasıyla değerlerinin zamanla 3 ayrı zaman aralığında azalması***

* **Konum Açısı ():**
  + **Kuzeyden Batıya doğru ölçümlerde artar. (Pozitif Yön)**
  + **Kuzeyden Doğuya doğru ölçümlerde azalır. (Negatif Yön)**
* **Burada Konum Açısı , zamanla azaldığına göre;** 
  + ***Yoldaş Yıldız saat yönünde dönmektedir, yani negatif yönde ilerlemektedir*. (Kuzey’den Doğuya Doğru)**
* **Buradan yola çıkarak aşağıdaki varsayımları yapabiliriz**;
  + ***(Enberinin Boylamı)* saat yönünde ölçülecektir.**
  + ***(Yörünge eğikliği)* arasında bir değer alacaktır.**



***yani Enberinin Boylamının ölçüm yönü***

* **Artık Genel Elips Denklemini çözerek doğrudan Gerçek Yörüngenin parametrelerine geçebiliriz.**
* **Buna göre Elips Denklemimiz aşağıdaki gibidir**.

***Elipsin Genel Denklemi***

* **Bu denklemi çözmek için toplamda 5 Tane katsayıyı belirlememiz gerekmektedir.**
  + ***katsayıları belirlenmelidir.***
* **Elipsin Genel Denklemini çözebilmek için 5 Tane katsayıyı belirlememiz gerekir. ( *katsayıları*)**
* **5 Tane katsayıyı bulmak için en az 5 tane denklem gereklidir.**
* **5 Tane denklem için de Elips üzerinde en az 5 tane () noktası gereklidir.**
* **Şimdi de bu katsayıları bulmak için hesaplamalarımıza başlayabiliriz.**
* ***Bir denklemi en basit olarak çözmek için öncelikle kesim noktalarını buluruz*.**
* **Yani:**
  + **( eksenindeki kesim noktalarını verir)**
  + **( eksenindeki kesim noktalarını verir)**
* **Burada da Elipsin genel denklemini çözmek için aynı mantık uygulanacaktır.**

***Elipsin Genel Denklemi***

* **İlk olarak durumunda Elips Denklemimizin halini yazmakla başlıyoruz.**

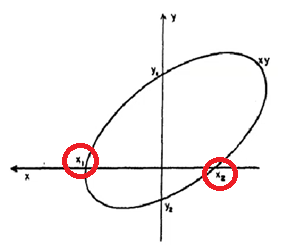
***durumunda Elipsin Genel Denklemi***

* **Bu denklemden de Elipsin eksenini kestiği ve kesişim noktalarını buluruz.**
* **Buna göre katsayılar için aşağıdaki denklemleri yazabiliriz.**

***katsayısı için genel ifade***

***katsayısı için genel ifade***

* **Tekrar belirtmek gerekirse denklemlerde bulunan ve değerleri Elipsin eksenini kestiği iki noktayı temsil etmektedir.**



***ve ’nin şekil üzerinde gösterimi***

* **Şimdi ve katsayılarını bulmak için ’a yakın olan iki ayrı değeri için değerlerinin ne olduğunu belirlememiz uygun olacaktır.**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **No** |  | **’’** | **(cm)** | **(cm)** |
| **23** | 181.0 | 0.16 | **-7.99878156** | **-0.13961925** |
| **28** | 357.8 | 0.17 | **8.49373479** | **-0.32629638** |

* Buna göre;
* **Bu değerlerden yola çıkarak ve katsayıları bulunur.**
* **Aynı şekilde durumunda Elips Denklemimizin halini yazmakla başlıyoruz.**

***durumunda Elipsin Genel Denklemi***

* **Bu denklemden de Elipsin eksenini kestiği ve kesişim noktalarını buluruz.**
* **Buna göre katsayılar için aşağıdaki denklemleri yazabiliriz.**

***katsayısı için genel ifade***

***katsayısı için genel ifade***

* **Şimdi ve katsayılarını bulmak için ’a yakın olan iki ayrı değeri için değerlerinin ne olduğunu belirlememiz uygun olacaktır.**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **No** |  | **’’** | **(cm)** | **(cm)** |
| **31** | 259.4 | 0.11 | **-1.01173243** | **-5.40614442** |
| **11** | 047.6 | 0.08 | **2.69720955** | **2.95382136** |

* Buna göre;
* **Bu değerlerden yola çıkarak ve katsayıları bulunur.**
* **Geriye bilinmeyen tek katsayı olarak katsayısı kalmıştır.**

***Elipsin Genel Denklemi***

***(Bulunan Katsayılar siyah renk ile gösterilmiştir)***

* **Bunun için yukarıdaki Elips Denkleminden katsayısını direkt olarak çekebiliriz.**
* **Bu durumda katsayısı için aşağıdaki ifadeyi yazabiliriz.**

***katsayısı için genel ifade***

* **Zaten burada katsayıları bilinmektedir.**
* **Bu nedenle;**
  + **Elips üzerinde güvenilir hesaplama yapabileceğimiz çok noktalardan katsayılarını belirleyip;** 
    - **Bunların bir ortalamasını alarak katsayısının belirlenmesi tercih edilir.**
  + **Yani tek bir () noktası yerine; *Elips üzerindeki farklı () değerlerinden* katsayısını hesaplayarak, hesaplanan değerlerin ortalamasının alınması uygun görülmektedir.**
    - **Hatta sapan noktaların bu ortalamadan çıkarılması katsayısını daha doğru bir biçimde elde etmemizi sağlayacaktır.**
* **Buna göre tüm () noktaları için katsayılarını hesaplıyoruz.**
* **Sonrasında bu hesaplanan katsayılarının tamamı toplanıp, hesaplanan katsayı miktarına bölünür.**
* **Sonuç olarak da elimizde tüm () noktalarından elde edilen güvenilir bir katsayısı bulunacaktır.**
* **Bu kısım yine *Python Kodu* yardımıyla gerçekleştirilmiştir.**
* **Sonuç olarak yazılan koddan katsayısı aşağıdaki gibi elde edilmiştir.**
* **Şimdi elde edilen Elips Katsayılarını () bir arada yeniden yazmamız uygun olacaktır.**
* **Şimdi bu değerleri kullanarak Gerçek Yörüngenin Parametrelerini bulmaya başlayabiliriz.**
* **Bu katsayılar kullanılarak belirlenmek istenen parametreler;**
  + **Yarı-Büyük Eksen Uzunluğu ()**
  + **Yörünge Basıklığı ()**
  + **Yörünge Eğikliği ()**
  + **Çıkış Düğümü Boylamı () (*Düğümler Çizgisinin Durum Açısı*)**
  + **Enberinin Boylamı/Argümanı ()**
  + **Yörünge Periyodu ()**
  + **Enberiden Geçme Zamanı ()**
* **Bir Görsel Çift Yıldız için yukarıdaki tüm parametreler hesaplanabilmektedir.**

***Görsel Çift Yıldızlarda Elipsin Katsayılarından Bulunabilen Parametreler***

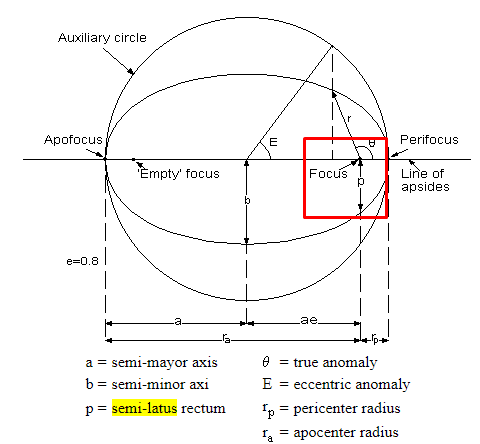
* **Kullanılacak ilk iki denklem aşağıdaki gibidir.**

***Bir Numaralı Denklem (1)***

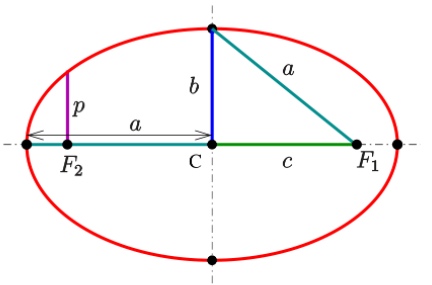
***İki Numaralı Denklem (2)***

**: Parametre Uzunluğu**

* **Burada dikkat edilecek durum  *ifadesinin “Parametre Uzunluğu” olmasıdır*!**
  + ***Aynı zamanda “Özkiriş” veya İngilizcede “Semi-Latus Rectum” olarak bilinmektedir.***
  + ***Yörünge Dönemi ile karıştırılmamalıdır*!**
* **Parametre Uzunluğu/Özkiriş (): *Bir Odak Noktasından Eğriye, Yarı-Büyük eksene dik olan uzaklıktır*.**



***Parametre Uzunluğunun/Özkirişin () şekil üzerinde gösterimi***



***Parametre Uzunluğunun () bir diğer şekil üzerinde gösterimi***

* **Parametre Uzunluğu () aşağıdaki formül ile tanımlanmaktadır.**

***Parametre Uzunluğu/Özkiriş***

* **Şimdi tekrardan Bir Numaralı Denklem ve İki Numaralı Denklem ifadelerini yazıyoruz.**

***Bir Numaralı Denklem (1)***

***İki Numaralı Denklem (2)***

* **Burada genellikle;**
  + **Denklemin sol tarafındaki terimler bulduğumuz katsayılar olup bilinmekteler.**
  + **Denklemin sağ tarafındaki terimler bulmak istediğimiz yörünge parametreleridir.**
* **Şimdi yapmamız gereken İki Numaralı Denklemi, Bir Numaralı Denkleme bölmek olacaktır.**
* **(2)’yi (1)’e bölersek aşağıdaki ifade elde edilir. (Bölme nedeni ifadesinin bilinmemesidir)**

***İki Numaralı Denklemin Bir Numaralı Denkleme Bölümü***

* **Bu ifadede bulunan terimleri sadeleşir.**
* **Buna göre elde edilecek denklem aşağıdaki gibi olur.**

***İki Numaralı Denklemin Bir Numaralı Denkleme Bölümü***

* **Şimdi ifadesini karşıya atıp ifadesi de olarak yazılırsa aşağıdaki denklemi elde etmiş oluruz.**

***İki Numaralı Denklemin Bir Numaralı Denkleme Bölümü Sonucu elde edilen ifade***

* **Görüleceği üzere denklemin sol tarafı tamamen bildiğimiz değerlerden oluşmaktadır.**
* **Bu nedenle bu işlemi gerçekleştirirsek ‘nin değeri bulunabilir.**

***İki Numaralı Denklemin Bir Numaralı Denkleme Bölümü Sonucu elde edilen ifade***

* **Şimdi bu ifadeyi ’yı bulmak için aşağıdaki gibi düzenleyebiliriz.**

***Çıkış Düğümü Boylamının/Düğümler Çizgisinin Durum Açısının () bulunabilmesi için kullanılacak ifade***

* **Bu ifadeyi hesaplamamız durumunda – Çıkış Düğümü Boylamı (Longitude of Ascending Node) değerini elde etmiş oluruz.**
* ***Python Kodu* ile hesaplanan değeri aşağıdaki gibidir.**

***Çıkış Düğümü Boylamının/Düğümler Çizgisinin Durum Açısı () Değeri***

* **Şimdi de bu değeri az önce bahsettiğimiz Bir veya İki Numaralı Denklemden birine yazılır.**

***Bir Numaralı Denklem (1)***

***İki Numaralı Denklem (2)***

* ***değerini bu iki denklemden birinde yazarsak direkt olarak ifadesini elde edebiliriz*.**

***değeri kullanılarak ifadesinin bulunmasının şematik gösterimi***

* **Örneğin İki Numaralı denklemde değerini yazıyoruz.**
* **Şimdi de Üç Numaralı Denklemi yazmamız uygun olacaktır.**

***Üç Numaralı Denklem (3)***

* **Burada görüleceği üzere;**
  + **Denklemin sol tarafında bulunan tüm katsayılar () bilinmektedir.**
  + **Ayrıca Denklemin sağ tarafında bulunan bilinmektedir.**
  + **Buradan yola çıkarak Parametre Uzunluğu () değeri kolayca elde edilebilir.**
* **Parametre Uzunluğu () değerini bulmak için ifademizi için düzenliyoruz.**

***Parametre Uzunluğunun () bulunabilmesi için kullanılacak ifade***

* ***Python Kodu* ile hesaplanan değeri aşağıdaki gibidir.**

***Parametre Uzunluğu () Değeri***

* **Şimdi değeri de elimizde bulunmakta.**
* **Buna göre Bir Numaralı, İki Numaralı veya Üç Numaralı denklemlerin herhangi birinde bu değeri yerine yazarak Yörünge Eğikliği () değerini elde edebiliriz.**
* **Şimdi denklemlerimizi tekrar hatırlamamız faydalı olacaktır.**

***Bir Numaralı Denklem (1)***

***İki Numaralı Denklem (2)***

***Üç Numaralı Denklem (3)***

* **Artık bu denklemlerde Yörünge Eğikliği () dışında bütün parametreler bilinmektedir.**
  + **Katsayılar ()**
  + **Düğümler Çizgisinin Durum Açısı ()**
  + **Parametre Uzunluğu ()**
* **Bu nedenle (1), (2) veya (3) Numaralı denklemlerden herhangi birinde bu değerleri yerine yazarsak kolayca Yörünge Eğikliği () değerini elde ederiz.**

**Üç Numaralı Denklemden bulunan  *değeri kullanılarak parametresinin bulunmasının şematik gösterimi***

* **(1), (2) ve (3) Numaralı denklemlerin tamamı aslında ve diğer bilinen değerlerden oluşmaktadır.**
* **dışındaki tüm ifadeleri sola atarsak aşağıdaki gibi bir ifade elde edilecektir.**

***(1), (2) ve (3) numaralı denklemlerin her birinin düzenlenmiş hali***

***ifadesi de (1), (2) ve (3) numaralı denklemlere göre farklı farklı ifadelere eşittir***

* **Şimdi de gerekli düzenlemeler yapılarak değerini bulmak için gerekli ifade elde edilir.**

***Yörünge Eğikliğinin () bulunabilmesi için kullanılacak ifadenin genel hali***

* **Örneğin Üç Numaralı Denklem üzerinden Yörünge Eğikliği () değerini bulabiliriz.**
* **Bunun için üç numaralı denklemi için düzenliyoruz.**

***Yörünge Eğikliğinin () bulunabilmesi için kullanılacak ifade***

* **Veya daha basit olarak direkt ifadesinde değerini yazarak** **Yörünge Eğikliği () değerini bulabiliriz.**
* **Bunun için ifadeyi düzenlersek;**

***Yörünge Eğikliğinin () bulunabilmesi için kullanılacak ifade***

* **Ayrıca hatırlanacağı üzere Yörünge Eğikliği () değeri hesaplanırken Yoldaş Yıldızın yörünge üzerindeki hareket yönü önemliydi.**
* **Bileşen negatif yönde (saat yönünde) ilerlediğinden;**
  + **açı aralığında olmak zorundadır.**
* ***Python Kodu* ile hesaplanan değeri aşağıdaki gibidir. (Dikkat! *Pythonun yapısı nedeniyle kullanılan kodda Arctandan çıkan sonuç radyan olmakta olup, bu değer dereceye çevrilmiştir!*)**

***Yörünge Eğikliği () Değeri***

* **Fakat bahsettiğimiz üzere Yoldaş Bileşen yörüngede saat yönünde yani negatif yönde ilerlemektedir.**
* **Bu nedenle açı aralığında olmak zorundadır.**
* **Fakat elde edilen değeri bu aralıkta değildir.**
* **Bu nedenle bu değer ’den çıkartılarak bahsettiğimiz açı aralığına girecek şekilde düzenlenmiş olur.**

***Yörünge Eğikliği () Değeri***

* **Şu ana kadar bulduğumuz Yörünge Parametreleri aşağıdaki gibidir;**
  + **Parametre Uzunluğu ()**
  + **Yörünge Eğikliği ()**
  + **Çıkış Düğümü Boylamı () (*Düğümler Çizgisinin Durum Açısı*)**
* **Şimdi Dört Numaralı Denklem ve Beş Numaralı Denklemi yazmamız uygun olacaktır.**

***Dört Numaralı Denklem (4)***

***Beş Numaralı Denklem (5)***

* **Şimdi yapmamız gereken Dört Numaralı Denklemi, Beş Numaralı Denkleme bölmek olacaktır.**
* **(4)’ü (5)’e bölersek aşağıdaki ifade elde edilir. (Bölme nedeni ifadesinin bilinmemesidir)**

***Dört Numaralı Denklemin Beş Numaralı Denkleme Bölümü***

***Dört Numaralı Denklemin Beş Numaralı Denkleme Bölümü***

* **Burada ve ifadeleri sadeleşecek olup, yerine yazılırsa ifademiz aşağıdaki hali alacaktır.**

***Dört Numaralı Denklemin Beş Numaralı Denkleme Bölümü Sonucu elde edilen ifade***

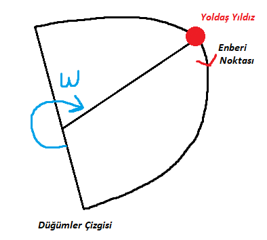
* **Görüleceği üzere denklemin sağ tarafı tamamen bildiğimiz değerlerden oluşmaktadır.**
* **Bu nedenle bu işlemi gerçekleştirirsek ‘nın değeri bulunabilir.**
* **İstersek bu ifade aşağıdaki gibi için düzenlenebilir.**

***Enberinin Argümanının/Boylamının () bulunabilmesi için kullanılacak ifade***

* ***Python Kodu* ile hesaplanan değeri aşağıdaki gibidir.**

***Enberinin Argümanı/Boylamı () Değeri***

* **Fakat burada yine Yoldaş Bileşenin yörünge üzerindeki hareketinin yönüne dikkat edilmesi gerekmektedir.**
* **Yoldaş Yıldız Negatif Yönde hareket etmekte olup bunu aşağıdaki şekil ile göstermiştik.**



***yani Enberinin Boylamının ölçüm yönü***

* **Bu nedenle bulunan değeri ’den çıkartılarak bahsettiğimiz açı aralığına girecek şekilde düzenlenmiş olur. (Amaç aralığına sokmak)**

***Enberinin Argümanı/Boylamı () Değeri***

* **Bu sayede bulmak istediğimiz parametrelerden birisini elde etmiş olduk.**
* **Sonrasında değeri az önce bahsettiğimiz Dört veya Beş Numaralı Denklemden birine yazılır.**

***Dört Numaralı Denklem (4)***

***Beş Numaralı Denklem (5)***

* ***değerini bu iki denklemden birinde yazarsak direkt olarak değerini elde edebiliriz*.**

***değeri kullanılarak ifadesinin bulunmasının şematik gösterimi***

* **Burada dikkat edilmesi gereken durum;**
  + **’nın bileşenin yönünde ölçülmesi gerekmektedir!**
  + **Bu nedenle yaptığımız gibi;**
    - **Pozitif Yönde ise: değeri aynı şekilde kalır.**
    - **Negatif Yönde ise: değerine eklenmelidir.**
* **Örneğin Beş Numaralı Denklem üzerinden Yörünge Basıklığı () değerini bulabiliriz.**
* **Bunun için Beş numaralı denklemi için düzenliyoruz.**

***Yörünge Basıklığının () bulunabilmesi için kullanılacak ifade***

* ***Python Kodu* ile hesaplanan değeri aşağıdaki gibidir.**

***Yörünge Basıklığı () Değeri***

* **Artık elimizde** **Yörünge Basıklığı () bulunmaktadır.**
* **Hatırlanacağı üzere Parametre Uzunluğu () aşağıdaki ifade ile verilmekte idi.**

***Parametre Uzunluğu/Özkiriş***

* **Burada direkt olarak değerini yerine yazarak parametresini elde edebiliriz.**
* **Bunun için Parametre Uzunluğu ifadesini için düzenliyoruz.**

***Yarı-Büyük Eksen Uzunluğunun () bulunabilmesi için kullanılacak ifade***

* ***Python Kodu* ile hesaplanan değeri aşağıdaki gibidir.**

***Yörünge Basıklığı () Değeri***

* **Şu ana kadar bulduğumuz Yörünge Parametreleri aşağıdaki gibidir;**
  + **Parametre Uzunluğu ()**
  + **Yarı-Büyük Eksen Uzunluğu ()**
  + **Yörünge Basıklığı ()**
  + **Yörünge Eğikliği ()**
  + **Çıkış Düğümü Boylamı () (*Düğümler Çizgisinin Durum Açısı*)**
  + **Enberinin Boylamı/Argümanı ()**
* **Sırasıyla bu değerleri alt alta yazarsak;**

***Parametre Uzunluğu () Değeri***

***Yörünge Basıklığı () Değeri***

***Yörünge Basıklığı () Değeri***

***Yörünge Eğikliği () Değeri***

***Çıkış Düğümü Boylamının/Düğümler Çizgisinin Durum Açısı () Değeri***

***Enberinin Argümanı/Boylamı () Değeri***

* **Geriye bulunmayan 2 tane Yörünge Parametresi kalmıştır;**
  + **Yörünge Periyodu () (Yoldaş Yıldızın Yörüngeyi bir kez dolanması için geçen süre)**
  + **Enberiden Geçme Zamanı () (Yoldaş Yıldızın Enberiden Geçme Zamanı)**
* **Yörünge Mekaniği** veya **Küresel Astronomi** dersinde gördüğümüz bir denklem ile devam ediyoruz.
* Bu denklem “**Kepler Denklemi**” olarak bilinmekte olup, ***Eliptik Yörüngelerde Ortalama Ayrıklık/Mean Anomaly* ifadesi olarak geçer.**
* **Bahsettiğimiz bu denklem aşağıdaki gibidir.**

***Kepler Denklemi***

***(Eliptik Yörüngelerde Ortalama Ayrıklık/Mean Anomaly İfadesi)***

**: Ortalama Ayrıklık/Mean Anomaly**

**: Yörünge Periyodu**

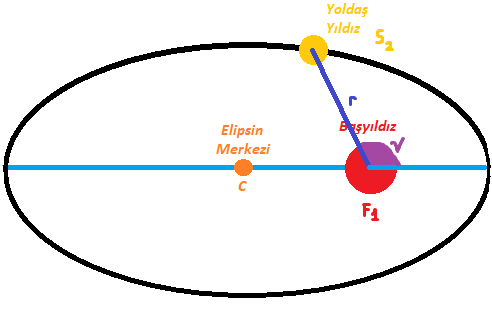
**: Enberiden Geçiş Zamanı**

**: Herhangi bir ölçüm yapılan Gözlem Zamanı**

**: Dış Ayrıklık/Eccentric Anomaly**

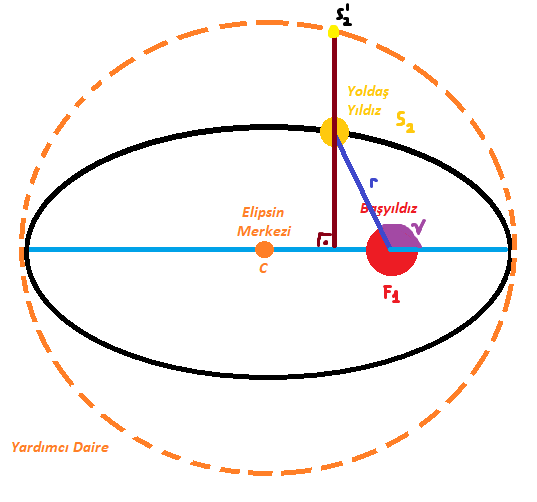
**: Yörünge Basıklığı**

* **Şimdi yukarıdaki denklemi kullanarak Yörünge Periyodu () ve Enberiden Geçiş Zamanı () parametrelerinin nasıl hesaplanacağı ile devam ediyoruz.**
* **Burada yine Analitik Yöntem ile devam edilecektir.**
* **Gerçek Ayrıklık () hatırlanacağı üzere yörünge üzerinde aşağıdaki gibi gösterilmekteydi.**



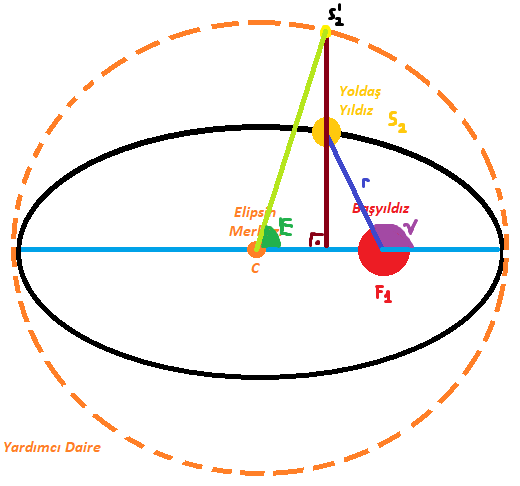
***Gerçek Ayrıklığın () şekil üzerinde gösterimi***

* **Şimdi de yörüngeyi çevreleyen bir yardımcı daire düşünüyoruz.**
* **Bu Yardımcı Daireye Yarı-Büyük Eksene dik ve yoldaş yıldızdan geçecek şekilde bir doğru çizilir.**

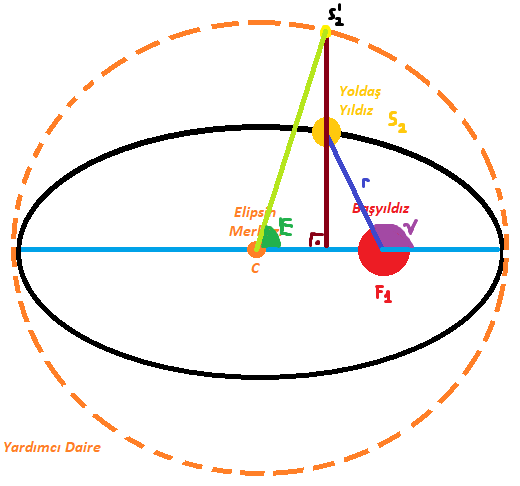


***Yardımcı Daire ve bu daireye çizilen Yarı-Büyük Eksene Dik, Yoldaş Yıldızdan geçen doğrunun gösterimi***

* **Burada gösterilen noktası direkt olarak Yoldaş Yıldızın () Yardımcı Dairenin üzerine izdüşümü olarak düşünülebilir.**
* **Yardımcı Daire ile Dik çizilen doğrunun kesiştiği noktaya yani Yoldaş Yıldızın Yardımcı Daire üzerindeki izdüşüm noktasına; Elipsin merkezinden de bir doğru çizilir.**



***Yoldaş Yıldızın izdüşümüne Elips merkezinden çizilen doğrunun ve bu doğrunun yaptığı açı olan Dış Ayrıklık/Eccentric Anomaly* () *parametresinin gösterimi***



***Yoldaş Yıldızın izdüşümüne Elips merkezinden çizilen doğrunun ve bu doğrunun yaptığı açı olan Dış Ayrıklık/Eccentric Anomaly* () *parametresinin gösterimi***

* **İşte burada Elipsin merkezinden, Yoldaş Yıldızın yardımcı daire üzerindeki izdüşümüne çizilen doğrunun yaptığı açı bize *Dış Ayrıklık/Eccentric Anomaly* () değerini verir.**
  + **Dış Ayrıklık/Eccentric Anomaly (): Eliptik Kepler Yörüngesi üzerinde hareket eden bir astrofiziksel objenin pozisyonunu tanımlayan açısal parametrelerden biridir.**
* **Önceki yazdığımız Kepler Denklemini yeniden hatırlamamız uygun olacaktır.**

***Kepler Denklemi***

***(Eliptik Yörüngelerde Ortalama Ayrıklık/Mean Anomaly İfadesi)***

* **İşte yukarıdaki şekildeki geometriden aşağıdaki bağıntının da elde edilmesi mümkündür.** (Çıkarımı Yörünge Mekaniği veya Küresel Astronomi dersleri kapsamında zaten verilmiştir)

***Gerçek Ayrıklık () ile Dış Ayrıklık () arasındaki bağıntıyı veren denklem***

* **Ayrıca aşağıdaki ifade yardımı ile direkt olarak Gerçek Ayrıklık () değerlerini elde edebilmek mümkündür.**

***Gerçek Ayrıklık () değerlerinin elde edilmesi için gerekli denklem***

* **Şimdi bahsettiğimiz son 3 denklemi yeniden aşağıya yazıyoruz.**

***Ortalama Ayrıklık () ile Dış Ayrıklık () arasındaki bağıntıyı veren denklem***

***(Kepler Denklemi)***

***Gerçek Ayrıklık () ile Dış Ayrıklık () arasındaki bağıntıyı veren denklem***

***Gerçek Ayrıklık () değerlerinin elde edilmesi için gerekli denklem***

* **Elimizde bulunanlar;**
  + **Herhangi bir Gözlem Verisinden değeri (*Bileşenin Kuzeyden olan açısal uzaklığı/Durum Açısı*)**
  + **Çıkış Düğümü Boylamı () (*Düğümler Çizgisinin Durum Açısı*)**
  + **Yörünge Eğikliği ()**
  + **Enberinin Boylamı/Argümanı ()**
* **Buna göre;**
  + **Herhangi bir an için açısı değişmektedir. (Zamanla bileşen hareket eder, konum açısı değişir)**
  + **Herhangi bir gözlem anında/verisinde açısı bellidir.**
  + **Bu gözlem anında *Bileşenin Gerçek Ayrıklık* () *değeri hesaplanabilir*!**

***Gerçek Ayrıklık () değerlerinin elde edilmesi için gerekli denklem***

* + **Yani herhangi bir gözlem alınmış an için bilindiğinden buradan o an için *Bileşenin Gerçek Ayrıklık* () *değeri hesaplanabilir.***
  + **Bu gözlem anındaki zaman da aynı şekilde *ifadesinde bulunan zamanına karşılık gelmektedir.***

**Herhangi bir anında bileşenin Konum açısı zaten gözlem verilerinde bulunmaktadır.**

**Buradan yola çıkarak denkleminden bileşenin anındaki Gerçek Ayrıklığı elde edilebilir.**

**Diğer Parametreler () zaten Yörünge Parametreleridir ve her anı için aynı olacaklardır.**

* **Yani zamanla değişen tek parametre Konum Açısı ’dır.**
* **Gerçek Ayrıklık () da buna bağlı olarak zamanla değişmektedir.**
* **Değişen Konum Açısı () için Gerçek Ayrıklık () değerleri bulunabilir.**

***Gerçek Ayrıklık () değerlerinin elde edilmesi için gerekli denklem***

* **Artık Gerçek Ayrıklık değerini bildiğimize göre aşağıdaki denkleme geçebiliriz.**

***Gerçek Ayrıklık () ile Dış Ayrıklık () arasındaki bağıntıyı veren denklem***

* **Yukarıdaki denklemde Gerçek Ayrıklık () ve Yörünge Basıklığı () zaten bilinmektedir.**
* **Buradan da Dış Ayrıklık () değeri bulunabilir.**
* **Artık Dış Ayrıklık () değeri de bilindiğine göre aşağıdaki denkleme geçebiliriz.**

***Ortalama Ayrıklık () ile Dış Ayrıklık () arasındaki bağıntıyı veren denklem***

***(Kepler Denklemi)***

* **Dış Ayrıklık () değeri ve Yörünge Basıklığı () değeri bilindiğinden yukarıdaki eşitliğin kısmı zaten bilinmektedir.**
* **Fakat bizim amacımız ifadesinde bulunan ve ’yi bulmak.**
* **Yani elimizde 2 tane bilinmeyen bulunmaktadır. ( ve )**
* **Bu durumda yapılacaklar bir sonraki sayfada sözel olarak verilmiştir.**
* ***2 tane bilinmeyen bulunduğuna göre en az iki tane denkleme ihtiyacımız vardır*. ( ve bilinmemekte)**
* **Bu nedenle;**
  + **En az iki tane farklı zamanda alınan iki tane gözlem noktasının/verisinin Konum Açısı () kullanılarak Gerçek Ayrıklık () değerleri elde edilir.**

***Gerçek Ayrıklık () değerlerinin elde edilmesi için gerekli denklem***

* + **En az iki tane noktadan elde edilen Gerçek Ayrıklık () değerleri, Yörünge Basıklığı () değeri ile kullanılarak En az iki tane Dış Ayrıklık () değeri elde edilir.**

***Gerçek Ayrıklık () ile Dış Ayrıklık () arasındaki bağıntıyı veren denklem***

* + **Elde edilen en az iki tane Dış Ayrıklık () değerleri ile toplamda en az iki tane “Kepler Denklemi” elde edilecektir.**

***Ortalama Ayrıklık () ile Dış Ayrıklık () arasındaki bağıntıyı veren denklem***

***(Kepler Denklemi)***

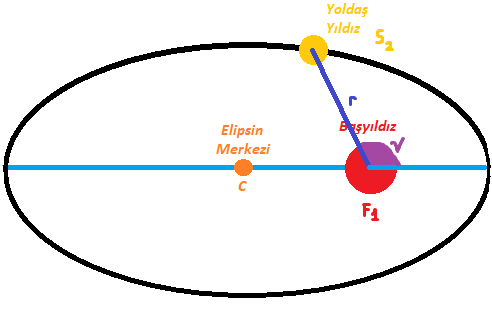
* + **Bu denklemler yardımıyla da ve değerleri klasik Lineer Çözüm ile elde edilir.**

***Enberiden Geçiş Zamanı ve Yörünge Dönemi elde edilir***

* **İki tane nokta kullanılarak ve değerlerinin bulunması pek sağlıklı ve güvenilir değildir.**
* **Bunun yerine tüm noktalar kullanılarak ve en küçük kareler yöntemi kullanılarak, nokta sayımız kadar sayıda olan denklemler çözülür ve ve değerleri elde edilir.**
* **Şimdi de bu bilgiler ışığında hesaplamalarımıza geçebiliriz.**
* **ve değerlerinin bulunması için ilk olarak aşağıdaki denklem ile başlıyoruz.**

***Gerçek Ayrıklık () değerlerinin elde edilmesi için gerekli denklem***

* **Bu denklemde bilinenler;**
  + **Herhangi bir Gözlem Verisinden değeri (*Bileşenin Kuzeyden olan açısal uzaklığı/Durum Açısı*)**
  + **Çıkış Düğümü Boylamı () (*Düğümler Çizgisinin Durum Açısı*)**
  + **Yörünge Eğikliği ()**
  + **Enberinin Boylamı/Argümanı ()**
* **Gerçek Ayrıklık () hatırlanacağı üzere Astrofiziksel Objenin, yörüngenin enberi noktasından olan açısal uzaklığıydı.**

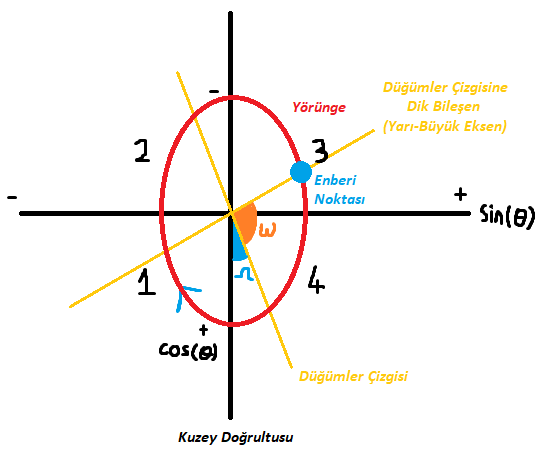


***Gerçek Ayrıklığın () şekil üzerinde gösterimi***

* **Yıldız hareket ettikçe yıldızın Konum Açısı () değişir ve formülden de anlaşılacağı üzere parametreleri zaten sabit olduğundan direkt olarak Gerçek Ayrıklık () değeri değişecektir.**
* **Formülümüzü tekrar göz önüne alıyoruz.**

***Gerçek Ayrıklık () değerlerinin elde edilmesi için gerekli denklem***

* **Burada ifadesinin ile verilmesinin nedeni bölgelere göre bunun belirleniyor olmasıdır.**
* **Burada değeri daha bilinmediğinden, ifadesi kullanılarak bu işaret belirlenir.**
* **Bunu anlayabilmek için her gözlem noktasında;**
  + **değeri hesaplanır ve işareti bulunur.**
  + **değeri hesaplanır ve işareti bulunur.**
  + **Bu iki değerin birbirine bölümü ile ifadesinin işareti bulunur ve bölgesi belirlenir.**
  + **Bölgeye göre de bulunan ifadesine ekstra ekleme yapılır.**
  + **Buradan da değerleri bulunur ve işleme devam edilir.**
* **Şimdi bölge analizinin tam olarak nasıl olduğunu anlatmamız uygun olacaktır.**
* **ve ’ya göre bölgelerin gösteriminden bahsedersek;**
  + **Yörüngemizin dikey olarak çizildiğini düşünüyoruz. (Yani y-x gibi)**
  + **Yörünge aslında x’e göre simetriği alınmış gibidir.**
    - **Yani üstte Güney, Altta Kuzey doğrultusu bulunmaktadır.**
  + **değerleri eksenindedir.**
  + **değerleri eksenindedir.**
* **Buna göre işaretler ve bölgeler aşağıdaki gibi olacaktır.**



***Bölgelerin, İşaretlerin, Yörünge Parametrelerinin ve Yoldaş Yıldızın İlerleme Yönünün gösterimi***

* **Şimdi;**
  + **değeri hesaplanır ve işareti bulunur.**
  + **değeri hesaplanır ve işareti bulunur.**
  + **Bu fonksiyonların işaretlerine göre hangi bölgede bulunduğumuz belirlenir.**
  + **Buna göre işlemler gerçekleştirilir.**
* **Bu kısmın el ile hesaplanması uygun olacaktır.**
* **Yine dersteki çözümlerden referans alabilmek için aşağıdaki noktalar bu işlem için seçilmiştir.**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **No** |  | **’’** | **(cm)** | **(cm)** |
| **9** | 178.0 | 0.15 | **-7.4954312** | **0.26174623** |
| **10** | 147.1 | 0.09 | **-3.77828939** | **2.44428502** |
| **11** | 047.6 | 0.08 | **2.69720955** | **2.95382136** |
| **12** | 011.7 | 0.14 | **6.85455967** | **1.41951107** |
| **13** | 355.2 | 0.17 | **8.4701893** | **-0.71126167** |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **No** |  | **’’** | **(cm)** | **(cm)** |
| **9** | 178.0 | 0.15 | **-7.4954312** | **0.26174623** |
| **10** | 147.1 | 0.09 | **-3.77828939** | **2.44428502** |
| **11** | 047.6 | 0.08 | **2.69720955** | **2.95382136** |
| **12** | 011.7 | 0.14 | **6.85455967** | **1.41951107** |
| **13** | 355.2 | 0.17 | **8.4701893** | **-0.71126167** |

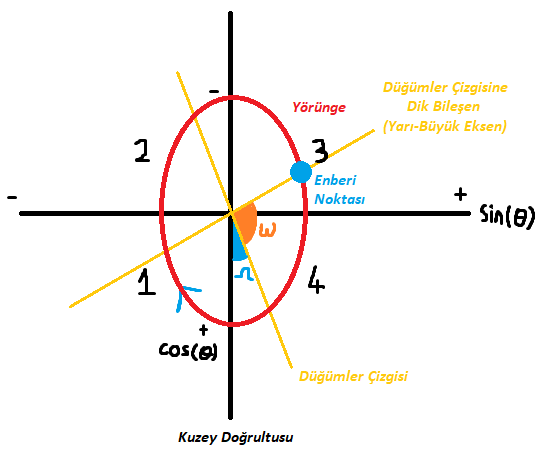
* **Burada değerleri için bir tablo oluşturmamız gerekmektedir. (Ayrı bir Python Kodu ile hesaplandı, sorunun sonunda verilmiştir.)**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **No** |  | **()** | **()** |
| **9** | 178.0 | **5.17168829** | **-57.06189613** |
| **10** | 147.1 | **33.74128181** | **-46.30693525** |
| **11** | 047.6 | **40.1029457** | **40.92138922** |
| **12** | 011.7 | **8.48988449** | **56.66328804** |
| **13** | 355.2 | **-7.95297449** | **56.74113628** |

* **Burada izleyeceğimiz yol haritası aşağıdaki gibidir;**
  + **Önce değeri aşağıdaki denklemden elde edilir.**

***Gerçek Ayrıklık () değerlerinin elde edilmesi için gerekli denklem***

* + **Sonrasında direkt olarak ve değerlerinden işaret kontrolü yapılır ve aşağıdaki şekle göre bileşenin hangi bölgede olduğu belirlenir.**



**mı mi?**

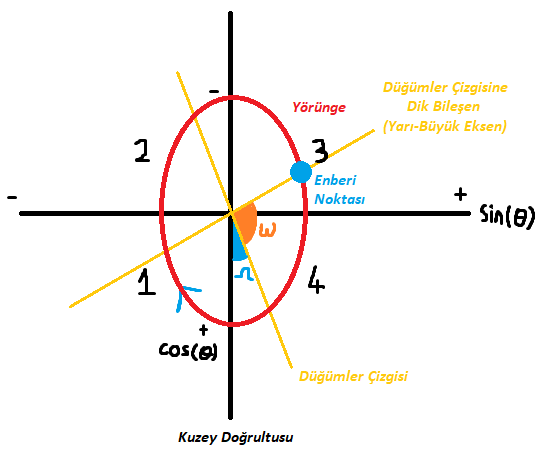
**mı mi?**

**İşaretlere göre bileşenin olması gereken bölge neresidir? Bulunur.**

* + **Bölge belirlendikten sonra değerini bu bölgenin açı aralığına taşımamız gerekir.**
  + **Örneğin:** 
    - **4. Bölgede olmamız gerekirken çıksın.**
    - **Bu durumda toplamı 4. Bölgeye taşımak için eklenmesi gerekir.**
    - **3. Bölgeye taşımak isteseydik de eklenmesi gerekirdi vs.**
  + **Bileşenin bulunduğu bölge için düzeltilmiş değeri bulunduktan sonra direkt olarak bulduğumuz değeri karşıya atılarak değeri elde edilir.**
  + **Örneğin:**
    - **Düzeltilmiş toplam değeri olsun.**
    - **Bu durumda sorumuzun çözümünde olarak bulunduğundan karşıya atılır.**
    - **Buradan çıkar.**
  + **değerinin eksi çıkması durumunda değerine eklenmelidir.**
  + **Bu şekilde tüm Gerçek Ayrıklık değerleri elde edilir.**
    - **Konum açısı sadece ve değerlerini bulmak için kullanılmaktadır.**
* **Şimdi bununla alakalı örnek bir işlemi yapabiliriz.**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **No** |  | **()** | **()** |
| **9** | 178.0 | **5.17168829** | **-57.06189613** |

* **Burada;**
* **Bu nedenle Bileşenin bulunduğu bölge de şekil üzerinden görüleceği üzere 3. Bölgedir.**



* **Buradan yola çıkarak toplamımız aşağıdaki ifade ile hesaplanır.**

***toplamını bulmak için kullanılacak ifade***

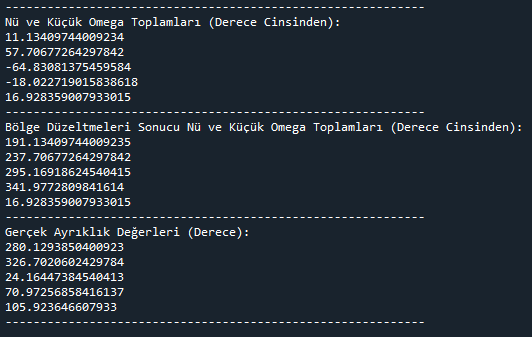
* **Buna göre ifadeleri yerine yazarsak;**
* **Bileşenimizin 3. Bölgede olduğunu biliyoruz.**
* **Bu nedenle değerini de 3. Bölgeye taşımak için bu değere ekliyoruz.**
* **Sorumuzun çözümünden değeri aşağıdaki gibi bulunmuştu;**

***Enberinin Argümanı/Boylamı () Değeri***

* **Bu değeri toplamında yerine yazarak Gerçek Ayrıklık () değerini elde edebiliriz.**
* **Görüleceği üzere burada Gerçek Ayrıklık () değeri eksili çıktı.**
* **Bu nedenle bu değere ekleyerek asıl Gerçek Ayrıklık () değerine ulaşıyoruz.**
* **Mantık hep bu şekilde ilerlemektedir.**
* **Bu işlemler *Sorunun Sonunda Verilen bir başka Python Kodu* ile gerçekleştirilmiştir.**
* **Sonuç olarak elde edilen değerler aşağıdaki gibidir.**

***Elde edilen Gerçek Ayrıklık () değerleri***

* **Yazılan Kodun Çıktısının bir kısmı da bir sonraki sayfada ayrıca verilmiştir.**



***Gerçek Ayrıklık Bulmada kullanılan kodun çıktısının bir kısmı***

* **Artık elimizde gerçek ayrıklık değerleri bulunmakta.**
* **Buradan aşağıdaki denkleme geçiş yapabiliriz.**

***Gerçek Ayrıklık () ile Dış Ayrıklık () arasındaki bağıntıyı veren denklem***

* **Burada zaten Gerçek Ayrıklık () değerleri bilindiğinden ve Yörünge Basıklığı () zaten hesaplandığından direkt olarak Dış Ayrıklık () değerleri elde edilebilir.**
* **Bunun için denklemimizi parametresine göre düzenlersek;**

***Dış Ayrıklık () bulunabilmesi için kullanılacak ifade***

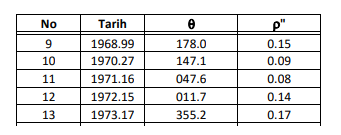
***Dış Ayrıklık () bulunabilmesi için kullanılacak ifade***

* **Burada kullanılacak değerler de aşağıdaki gibidir.**
* **Buradan yola çıkarak *Python Kodu* yardımıyla hesaplanan Dış Ayrıklık () değerleri aşağıdaki gibidir.**
* **Artık bu değerler de elimizde bulunduğuna göre aşağıdaki ifadeye geçebiliriz.**

***Ortalama Ayrıklık () ile Dış Ayrıklık () arasındaki bağıntıyı veren denklem***

***(Kepler Denklemi)***

* **Artık burada elimizde ve değerleri bulunmaktadır.**
* **Burada bulunan ifadesi de seçtiğimiz noktaların gözlemlendiği tarihlere denk gelmektedir.**
* **Bunu bir sonraki sayfadaki tablodan da görebiliriz.**



***Seçtiğimiz noktaların gözlemlendiği tarihler***

* **Burada;**
* **Bu tarihlere karşılık gelen Dış Ayrıklık () değerleri de sırasıyla;**
* **Formülümüz de aşağıdaki gibiydi;**

***Ortalama Ayrıklık () ile Dış Ayrıklık () arasındaki bağıntıyı veren denklem***

***(Kepler Denklemi)***

* **Burada direkt olarak değerler yerine koyulup ve değerleri elde edilecek 5 tane denklem yardımıyla bulunacaktır.**

***Ortalama Ayrıklık () ile Dış Ayrıklık () arasındaki bağıntıyı veren denklem***

***(Kepler Denklemi)***

* **Aslında burada yapılacak işlem yakın tarihleri kullanarak bir orantı yapmaktır.**
* **Noktaların enberiden geçiş anına yakın zamanlarda yapılan gözlemlerden seçilmesi önemlidir.**
* **Örneğin aşağıdaki değerleri kullanabiliriz.**
* **Yerine yazarsak;**

***Bileşenin Enberiden Geçiş Zamanı ()***

***Bileşenin Enberiden Geçiş Zamanı ()***

* **Bu değeri bildiğimize göre yukarıda çözdüğümüz denklemlerden birinde bu değeri yazarak Yörünge Periyodu () bulunur.**

***Yörünge Periyodu* () *değeri***

***(Yanlış?)***

* **Sonuç olarak elde edilen tüm parametreler;**

***Parametre Uzunluğu () Değeri***

***Yörünge Basıklığı () Değeri***

***Yörünge Basıklığı () Değeri***

***Yörünge Eğikliği () Değeri***

***Çıkış Düğümü Boylamının/Düğümler Çizgisinin Durum Açısı () Değeri***

***Enberinin Argümanı/Boylamı () Değeri***

***Bileşenin Enberiden Geçiş Zamanı ()***

***Yörünge Periyodu* () *değeri***

**Python Kodları**

*Dik Kon Düzeneğine geçme, Yörünge Çizdirme, Katsayı Bulma ve Yörünge Parametreleri bulmada kullanılan Python Kodu*

**import matplotlib.pyplot as plt**

**import math**

**import numpy as np**

**#ρ değerleri**

**rho=[0.17,0.16,0.13,0.11,0.11,0.14,0.16,0.17,0.15,0.09,0.08,0.14,0.17,0.14,**

**0.11,0.11,0.11,0.11,0.13,0.16,0.16,0.17,0.16,0.15,0.09,0.14,0.15,0.17,**

**0.17,0.16,0.11,0.17,0.15,0.1] #arcsec**

**#θ değerleri**

**tetha=[354.5,339.1,317.4,293.8,257.6,225.0,206.5,194.3,178.0,147.1,047.6,**

**011.7,355.2,322.0,295.8,287.0,255.1,251.1,226.0,207.8,204.0,191.5,**

**181.0,175.2,150.4,013.8,009.9,357.8,355.8,342.1,259.4,194.4,175.3,**

**152.7] #degree**

**x=[]**

**y=[]**

**#0''.1 direkt olarak 5 cm alınmakta**

**#x=ρ cosθ ve y=ρ sinθ dönüşümleri**

**for i in range(len(rho)):**

**xvalue=(rho[i]\*50\*(math.cos(math.radians(tetha[i]))))**

**yvalue=(rho[i]\*50\*(math.sin(math.radians(tetha[i]))))**

**x.append(round(xvalue,8))**

**y.append(round(yvalue,8))**

**print(60\*"-")**

**print("x değerleri:","\n")**

**print(\*x,sep ="\n")**

**print(60\*"-")**

**print("y değerleri:","\n")**

**print(\*y,sep ="\n")**

**print(60\*"-")**

**#Yoldaş yıldızın başyıldız etrafındaki göreli yörüngesinin çizimi (Yatay Hali)**

**plt.xlabel('y değerleri')**

**plt.ylabel('x değerleri')**

**plt.title('Elde edilen x ve y değerleri ile yoldaş yıldızın yörüngesinin çizimi (Yatay Hali)')**

**plt.plot(y,x,'x') #x ve y değerlerinin grafikte gösterimi**

**plt.plot(0,0,marker='\*') #Başyıldızın Konumu**

**plt.axis([-6.0,3.5,-20.0,20.0])**

**plt.show()**

**#Yoldaş yıldızın başyıldız etrafındaki göreli yörüngesinin çizimi (Dikey Hali)**

**plt.xlabel('x değerleri')**

**plt.ylabel('y değerleri')**

**plt.title('Elde edilen x ve y değerleri ile yoldaş yıldızın yörüngesinin çizimi (Dikey Hali)')**

**plt.plot(x,y,'x') #x ve y değerlerinin grafikte gösterimi**

**plt.plot(0,0,marker='\*') #Başyıldızın Konumu**

**plt.axis([-25.0,25.0,-6.0,3.5])**

**plt.show()**

**#A,B,H,G,F Katsayılarını elde etme**

**#y=0 durumunda elde edilen 2 tane x değeri (yaklaşık)**

**x1=-7.99878156 #23**

**x2=8.49373479 #28**

**#x=0 durumunda elde edilen 2 tane y değeri (yaklaşık)**

**y1=-5.40614442 #31**

**y2=2.95382136 #11**

**#A ve G katsayılarını bulma işlemi**

**A=1/(x1\*x2)**

**G=-((x1+x2)/(2\*x1\*x2))**

**#B ve F katsayılarını bulma işlemi**

**B=1/(y1\*y2)**

**F=-((y1+y2)/(2\*y1\*y2))**

**#H katsayısını bulma işlemi**

**Hvalues=[]**

**Hvaluestotal=0**

**for i in range(len(x)):**

**Hv=-((((A\*pow(x[i],2))+((B\*pow(y[i],2))+(2\*G\*x[i])+(2\*F\*y[i])+1))/(2\*x[i]\*y[i])))**

**Hvalues.append(Hv)**

**Hvaluestotal=Hvaluestotal+Hv**

**H=Hvaluestotal/len(Hvalues)**

**print("A:",A)**

**print("B:",B)**

**print("G:",G)**

**print("F:",F)**

**print("H:",H)**

**print(60\*"-")**

**#Büyük Omega Bulma İşlemi (rad ve derece cinsinden)**

**OM\_rad=math.atan(-2\*(((F\*G)-H)/(pow(F,2)-pow(G,2)+A-B)))/2**

**OM\_deg=math.degrees(OM\_rad)**

**print("Büyük Omega:", OM\_deg, "derece")**

**print(60\*"-")**

**#tani^2/p^2 değerini Bulma İşlemi**

**tanibolup=-((2\*((F\*G)-H))/(math.sin((2\*OM\_rad))))**

**print("tani^2/p^2 değeri:", tanibolup)**

**print(60\*"-")**

**#Parametre Uzunluğu (p) Bulma İşlemi (cm ve açı saniyesi cinsinden iki değer de bulunmuştur)**

**PL=math.sqrt(2/((-tanibolup)+pow(F,2)+pow(G,2)-(A+B)))**

**print("Parametre Uzunluğu:", PL, "cm")**

**print("Parametre Uzunluğu:", (PL\*0.1)/5, "açı saniyesi")**

**print(60\*"-")**

**#Yoldaş Bileşenin Yönüne bakılmaksızın Yörünge Eğikliği (i) bulma işlemi (rad ve derece cinsinden)**

**tani=(math.sqrt(pow(PL,2)\*tanibolup))**

**i\_rad=(math.atan(tani))**

**i\_deg=math.degrees(i\_rad) #Elde edilen yörünge eğikliği değerinin rad ve deg cinsinden ifadesi**

**print("Bulunan Yörünge Eğikliği:", i\_deg, "derece")**

**#Yoldaş Bileşenin Yönüne göre asıl Yörünge Eğikliği (i) değerini bulma işlemi (rad ve derece cinsinden)**

**i\_deg=180-math.degrees(i\_rad)**

**i\_rad=math.pi-(math.atan(tani)) #Yönün dahil edilmesi ile elde edilen yörünge eğikliği değerinin rad ve deg cinsinden ifadesi**

**print('Yöne bağlı Asıl Yörünge Eğikliği Değeri:', i\_deg, "derece")**

**print(60\*"-")**

**#Yoldaş Bileşenin Yönüne bakılmaksızın Küçük Omega bulma işlemi (rad ve derece cinsinden)**

**tanom=-((((G\*math.sin(OM\_rad))-(F\*math.cos(OM\_rad)))\*math.cos(i\_rad))/((G\*math.cos(OM\_rad))+(F\*math.sin(OM\_rad))))**

**om\_rad=math.atan(tanom)**

**om\_deg=math.degrees(math.atan(tanom))**

**print("Bulunan Enberinin Boylamı:", om\_deg, "derece")**

**#Yoldaş Bileşenin Yönüne göre asıl Küçük Omega değerini bulma işlemi (rad ve derece cinsinden)**

**om\_rad=(2\*math.pi)+math.atan(tanom)**

**om\_deg=360+math.degrees(math.atan(tanom))**

**print("Yöne bağlı Asıl Enberinin Boylamı Değeri:", om\_deg, "derece")**

**print(60\*"-")**

**#Yörünge Basıklığını Bulma İşlemi**

**e=(-PL\*((G\*math.cos(OM\_rad))+(F\*math.sin(OM\_rad))))/math.cos(om\_rad)**

**print("Yörünge Basıklığı:", e, "cm")**

**print(60\*"-")**

**#Yörünge Yarı-Büyük Eksen Uzunluğunu Bulma İşlemi**

**a=PL/(1-pow(e,2))**

**print("Yörünge Yarı-Büyük Eksen Uzunluğu:", a, "cm")**

**print("Yörünge Yarı-Büyük Eksen Uzunluğu:", (a\*0.1)/5, "açı saniyesi")**

**print(60\*"-")**

*Gerçek Ayrıklık ve Dış Ayrıklık Değerlerini bulmada kullanılan Python Kodu*

**import math**

**#Parametreler**

**tetha=[178.0, 147.1,047.6,011.7,355.2]**

**i\_deg=117.41997195**

**i\_rad=math.radians(i\_deg)**

**OM\_deg=3.178736803452651**

**OM\_rad=math.radians(OM\_deg)**

**om\_deg=271.00471240**

**om\_rad=math.radians(om\_deg)**

**e=0.29335075**

**dates=[1968.99,1970.27,1971.16,1972.15,1973.17]**

**sin\_val=[]**

**cos\_val=[]**

**nuartiomega\_val=[]**

**#sinüs, kosinüs ve nuartiomega değerlerinin bulunması**

**for i in range(len(tetha)):**

**sin=math.sin(math.radians(tetha[i])-OM\_rad)**

**cos=math.cos(math.radians(tetha[i])-OM\_rad)**

**sin\_val.append(round(math.degrees(sin),8))**

**cos\_val.append(round(math.degrees(cos),8))**

**nuartiomega=math.atan((sin/cos)\*(1/math.cos(i\_rad)))**

**nuartiomega\_val.append(math.degrees(nuartiomega))**

**#Bölge Düzeltmeleri**

**nuartiomega\_bolgefix=[]**

**nuartiomega\_bolgefix.append(nuartiomega\_val[0]+180) #3. Bölgeye Düzeltme**

**nuartiomega\_bolgefix.append(nuartiomega\_val[1]+180) #3. Bölgeye Düzeltme**

**nuartiomega\_bolgefix.append(nuartiomega\_val[2]+360) #4. Bölgeye Düzeltme**

**nuartiomega\_bolgefix.append(nuartiomega\_val[3]+360) #4. Bölgeye Düzeltme**

**nuartiomega\_bolgefix.append(nuartiomega\_val[4]) #Zaten 1. Bölgede**

**#Nü değerlerini elde etme**

**nu\_val=[]**

**for i in range(len(tetha)):**

**nu=nuartiomega\_bolgefix[i]-om\_deg**

**if nu<0:**

**nu+=360**

**nu\_val.append(nu)**

**else:**

**nu\_val.append(nu)**

**#Dış Ayrıklık (E) değerlerini elde etme**

**E\_val=[]**

**for i in range(len(tetha)):**

**E=2\*math.atan((math.tan(nuartiomega\_bolgefix[i]/2)\*(1/(math.sqrt((1+e)/(1-e))))))**

**E\_val.append(E)**

**print("Sinüs Değerleri (Derece Cinsinden):")**

**print(\*sin\_val,sep ="\n")**

**print(60\*"-")**

**print("Kosinüs Değerleri (Derece Cinsinden):")**

**print(\*cos\_val,sep ="\n")**

**print(60\*"-")**

**print("Nü ve Küçük Omega Toplamları (Derece Cinsinden):")**

**print(\*nuartiomega\_val,sep ="\n")**

**print(60\*"-")**

**print("Bölge Düzeltmeleri Sonucu Nü ve Küçük Omega Toplamları (Derece Cinsinden):")**

**print(\*nuartiomega\_bolgefix,sep="\n")**

**print(60\*"-")**

**print("Gerçek Ayrıklık Değerleri (Derece):")**

**print(\*nu\_val,sep="\n")**

**print(60\*"-")**

**print("Dış Ayrıklık Değerleri (Derece):")**

**print(\*E\_val,sep="\n")**

**print(60\*"-")**